MÓDULO I - UE01

CONJUNTOS - Introdução

Objetivos:

Ao término desta unidade de estudo (U.E.) você deverá ser capaz de:

- entender intuitivamente a noção de conjuntos e identificar a diferença entre conjunto e elemento;
- representar os conjuntos entre chaves, indicando a característica no diagrama de Venn;
- dominar a relação de pertinência ou inclusão entre elemento, conjunto e subconjunto;
- utilizar corretamente os símbolos na teoria dos conjuntos;
- determinar a intersecção e união de conjuntos.

CONJUNTOS

Caro aluno, a Matemática é uma ciência, isto é, ela é uma representação da vida. Ela começou a existir no momento em que o primeiro homem anotou, nas paredes da caverna, o total de caças conseguidas no dia. Assim, os números anotados representavam os animais caçados. Graças a esta tentativa de representação do que o cercava, o homem criou a Matemática, e fez com que ela evoluísse sempre. Percebe-se hoje a importância e a necessidade da Matemática na racionalização e aprimoramento de serviços prestados, como, por exemplo, os computadores, os radares, a televisão, etc.

ELEMENTOS E CONJUNTOS

Você precisa saber que a noção de conjunto é fundamental em Matemática.

Tomemos, por exemplo, uma família composta por um homem, uma mulher e seu filho. Além dos três, podemos considerar como membros da família, os parentes. Como parentes, podemos entender:

- os pais dos pais;
- os irmãos dos pais;
- os avós dos pais;
- os tios dos pais;
- os primos dos pais;

Apesar de serem pessoas diferentes, o que os une realmente é o fato de serem parentes.

Na Matemática, os agrupamentos recebem o nome de Conjunto. Cada um dos componentes do conjunto é chamado Elemento. Um conjunto é formado por elementos unidos por um elo. Esse elo é chamado de propriedade. No exemplo acima, temos:

- o Conjunto é a Família
- os Elementos são os componentes da Família
- a propriedade comum é o fato de serem parentes.

Pense conosco:

- Quais são os elementos do conjunto dias da semana?

  Os elementos do conjunto dias da semana são: segunda-feira, terça -feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado e domingo.

- Que conjunto se forma com os elementos primavera, verão, outono e inverno?

  Você acertou se pensou no <u>conjunto das estações do ano</u>.

- Observe os seguintes dias da semana:

  quarta-feira, quinta-feira.

Qual é a propriedade comum dos elementos do conjunto formado por esses dois dias?

A propriedade comum dos elementos do conjunto formado por quarta-feira e quinta-feira é dias da semana que começam com a letra **q**.

REPRESENTAÇÃO DE UM CONJUNTO

Podemos representar um conjunto de três modos:

a) Colocando entre chaves o nome de uma propriedade comum a seus elementos:

Exemplos:

{vogais}

{dias da semana}

{números pares}

b) Nomeando os elementos do conjunto, separando-os com vírgula, também, entre chaves.

Exemplos:

- Conjunto das vogais:
  V = {a, e, i, o, u}
- Conjunto das letras da palavra matemática:
  M = {m, a, t, e, i, c}

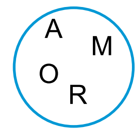
Observação:

- **Em conjuntos,** não se repete o elemento.
- A ordem em que eles aparecem não altera o conjunto, {a, t, m, i, e, c} ou {i, e, c, a, t, m} é o mesmo conjunto.

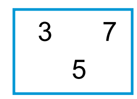
c) Através do diagrama de Venn: escrevemos todos os elementos do conjunto no interior de uma linha fechada, chamada linha poligonal.

Exemplos:

- conjuntos das letras da palavras AMOR.



- Conjuntos dos números **ímpares** maiores que 2 e menores que 8:



TIPOS DE CONJUNTOS

Conjunto Unitário

É o conjunto formado por apenas um elemento.

Exemplo:

- conjunto **<u>D</u>** dos dias da semana que começam com a letra **<u>d</u>**.

  D = {domingo}

Conjunto Vazio

É o conjunto que não possui elemento.

Exemplo:

- conjunto **<u>F</u>** dos meses do ano que começam com a letra **<u>b</u>**.

  F = { }

Para representarmos um conjunto vazio, podemos utilizar também o símbolo $\varnothing$.

Assim, **F** = { } ou **F** = $\varnothing$

Conjunto Finito

É o conjunto em que é possível citar todos os elementos (possui uma quantidade de elementos que pode ser determinada.)

Exemplo:

Conjunto S das letras da palavra SABER

S = {S, A, B, E, R}

Conjunto Infinito

É o conjunto em que não é possível enumerar todos os elementos (possui uma quantidade de elementos que não pode ser determinada.)

Exemplo:

O conjunto dos números pares.

P = {0, 2, 4, 6, 8.....}

Neste caso, escrevemos o primeiro elemento, alguns que o sucedem e colocamos reticências, porque é impossível escrever todos os elementos.

Exercícios Resolvidos

A. Represente, nomeando seus elementos, os seguintes conjuntos:

a) Conjunto **B** das letras da palavra ESCOLA.

B = {E, S, C, O, L, A} escrevemos os elementos separados por vírgula.

b) Conjunto **C** das vogais da palavra CONJUNTO.

C = {O, U} não é necessário repetir a letra O.

c) Conjunto **D** dos números ímpares.

D = {1, 3, 5, 7...) escrevemos o primeiro elemento, alguns que o sucedem e colocamos reticências, pois não é possível escrever todos os elementos.

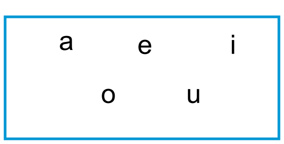
B. Represente, através do diagrama de Venn, cada conjunto abaixo:

a) Conjunto **M** das letras da palavra EUROPA.

M

b) Conjunto **V** das vogais.

V



RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA ENTRE ELEMENTO E CONJUNTO

Quando relacionamos elemento e conjunto, usamos a relação de pertinência $\in$ (pertence) ou $\notin$ (não pertence).

Tomemos o conjunto das vogais:

V = {a, e, i, o, u}

a é um elemento do conjunto das vogais.

d não é um elemento do conjunto das vogais

dizemos então que:

a **pertence** ao conjunto das vogais.

d **não pertence** ao conjunto das vogais.

Representamos simbolicamente assim:

a $\in$ {a, e, i, o, u} $\rightarrow$ ($\in$) significa pertence.

d $\notin$ {a, e, i, o, u} $\rightarrow$ ($\notin$) significa não pertence.

$\in$ $\rightarrow$ pertence.
$\notin$ $\rightarrow$ não pertence.

Exercícios Resolvidos

C. Dados o conjunto **D** = { 0, 2, 4, 6, 8) e os números 0, 1, 3, 6 e 7, relacione cada um desses números com **D**, utilizando ($\in$) ou ($\notin$).

Resolução

O número 0 $\in$ **D** $\rightarrow$ pois o zero pertence ao conjunto D.

O número 1 $\notin$ **D** $\rightarrow$ pois o número 1 não pertence ao conjunto D.

O número 3 $\notin$ **D** $\rightarrow$ pois o número 3 não pertence ao conjunto D.

O número 6 $\in$ **D** $\rightarrow$ pois o número 6 pertence ao conjunto D.

O número 7 $\notin$ **D** $\rightarrow$ pois o número 7 não pertence ao conjunto D.

D. Coloque os símbolos $\in$ (pertence) e $\notin$ (não pertence), para que cada um dos ítens expresse uma verdade.

- 5 ..$\in$.. { 1, 2, 3, 4, 5, 6}, pois 5 pertence ao conjunto.
- verde ..$\in$.. {cores da bandeira brasileira}, pois a cor verde, é uma das cores da bandeira brasileira.
- x ..$\notin$.. {a, e, i, o, u}, pois x não pertence ao conjunto.
- 7 ..$\notin$.. {números pares}, pois o número sete é um número ímpar, portanto não pertence ao conjunto dos números pares.

SUBCONJUNTOS

Podemos dizer, intuitivamente, que um subconjunto de **B** nada mais é que um conjunto **A** que "está dentro" de **B**.

Observe os conjuntos:

A = {2, 3, 4} e **B** = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

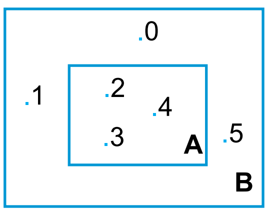
Notamos que qualquer elemento do conjunto A é também elemento do conjunto **B**.

Dizemos, então que:

> **A <u>está contido</u>** ($\subset$) em **B** ou **A** é **<u>subconjunto</u>** de **B**.

Indica-se: $A \subset B$

Em diagrama:



Caro aluno, preste atenção nestas observações:

- Quando **A** está contido em **B** podemos dizer também, que **B** contém **A**, e se indica por:

  $\boxed{\mathbf{B} \supset \mathbf{A}}$ (**B** contém **A**)

- Se existir, pelo menos, um elemento de **A** que não seja elemento de **B**, dizemos que **A** não está contido em **B** ou **A** não é subconjunto de **B**, e se indica por:

  $\boxed{\mathbf{A} \not\subset \mathbf{B}}$ (**A** <u>não</u> está contido em **B**)

- A negação de $\supset$ (contém) é $\not\supset$ (<u>não</u> contém).

- A relação de pertinência ($\in$) e a relação de inclusão ($\subset$) são diferentes, pois: os símbolos $\in$ e $\notin$ relacionam elementos com conjunto, enquanto os símbolos $\subset$ e $\not\subset$ relacionam conjunto com conjunto.

> $\in$ e $\notin$ (relacionam elemento com conjunto).
> $\subset$ e $\not\subset$ (relacionam conjunto com conjunto).

E não se esqueça de guardar estas propriedades:

Propriedades

1º) Todo conjunto é subconjunto de si mesmo, ou seja, $\mathbf{A} \subset \mathbf{A}$ (**A** está contido em **A**).

2º) O conjunto vazio é considerado subconjunto de qualquer conjunto, ou seja, $\varnothing \subset \mathbf{A}$ ($\varnothing$ está contido em **A**).

3º) Se $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ e $\mathbf{B} \subset \mathbf{A}$, então **A** = **B** (conjuntos iguais).

Exercícios Resolvidos

E. Dados os conjuntos **A** = {3, 4, 5, 6, 7}, **B** = {4, 5, 6} e **C** = {3,7}, utilize os símbolos $\subset$, $\not\subset$, $\supset$, $\not\supset$ para relacionar os seguintes conjuntos.

- B e A: $\mathbf{B} \subset \mathbf{A}$ $\rightarrow$ o conjunto **B** <u>está contido</u> em **A** pois todos os elementos de **B**, são também elementos de **A**.
- C e B: $\mathbf{C} \not\subset \mathbf{B}$ $\rightarrow$ o conjunto **C** <u>não está contido</u> em **B**, pois todos os elementos de **C** não são elementos de **B**.
- A e B: $\mathbf{A} \supset \mathbf{B}$ $\rightarrow$ o conjunto **A** <u>contém</u> o conjunto **B**, ou seja **B** é um subconjunto de **A**, pois todos os elementos de **B** estão em **A**.
- B e C: $\mathbf{B} \not\supset \mathbf{C}$ $\rightarrow$ o conjunto **B** <u>não contém</u> o conjunto **C**, pois todos os elementos do conjunto **C** não estão no conjunto **B**.

F. Complete as lacunas com um dos sinais $\subset$ e $\not\subset$, de modo a tornar as sentenças verdadeiras:

- {2} ..$\subset$... {2, 3, 4} $\rightarrow$ o subconjunto {2} <u>está contido</u> no conjunto {2, 3, 4}, pois o elemento do 1º está contido no 2º conjunto.
- {2, 3, 4} ..$\subset$... {2, 3, 4} $\rightarrow$ pois todos os elementos do 1º conjunto são também elementos do 2º.
- $\varnothing$ ..$\subset$... {2, 3, 4} $\rightarrow$ pois o conjunto vazio é considerado subconjunto de qualquer conjunto.
- {2, 6} ..$\not\subset$... {2, 3, 4} $\rightarrow$ pois existe um elemento (6) do 1º conjunto que não é elemento do 2º, portanto {2, 6} não está contido em {2, 3, 4}.

CONJUNTOS IGUAIS

Dois conjunto **A** e **B** são **iguais** se, e somente se, têm os mesmos elementos. Ou seja, todo elemento de **A** é elemento de **B** e vice-versa.

Sejam os conjuntos:

A = conjunto das letras da palavra AMOR.

B = conjunto das letras da palavra ROMA.

Representando seus elementos entre chaves temos:

$$A = \{A, M, O, R\}$$
$$B = \{R, O, M, A\}$$

Observe que $A \subset B$, porque todos os elementos de **A** são elementos de **B** e $B \subset A$, porque todos os elementos de **B** são elementos de **A**.

Desta forma, dizemos que os conjuntos de **A** e **B** são iguais.

Assim:

$$\boxed{\text{Se } A \subset B \text{ e } B \subset A\text{, então } A = B}$$

A negação de $A = B$ é $A \neq B$ (lê-se **A** diferente de **B**)

OPERAÇÃO COM CONJUNTOS

Aluno, você pode chamar de reunião de dois conjuntos **A** e **B** ao conjunto formado por todos os elementos do conjunto **A**, todos os elementos do conjunto **B** e só por eles. Representa-se por:

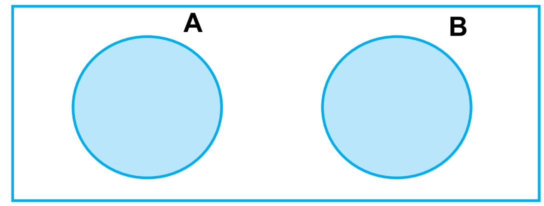
$\boxed{A \cup B}$ (lê-se **A** união **B**).

Exemplo:

Seja $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 5\}$, o conjunto $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

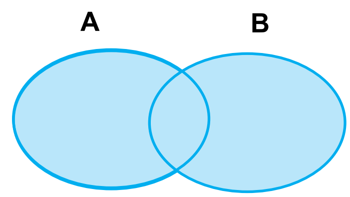
É só você escrever os elementos de **A** e os elementos de **B** em um só conjunto.

Agora, preste atenção nestes diagramas:



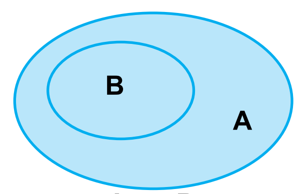
$A \cup B$

os conjuntos **A** e **B** não possuem elementos comuns



$A \cup B$

os conjuntos **A** e **B** possuem elementos comuns



$A \cup B$

o conjunto **B** está contido no conjunto **A**

INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Chama-se **intersecção** de dois conjuntos **A** e **B** ao conjunto formado pelos elementos de **A**, que são também elementos de **B**.

Exemplo: seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e

$B = \{3, 4, 5, 6\}$

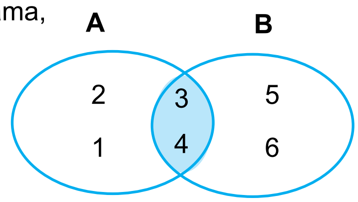
O conjunto intersecção dos conjuntos **A** e **B** é representado por:

$\boxed{A \cap B}$ (lê-se **A** intersecção **B**).

$$A \cap B = \{3, 4\}$$

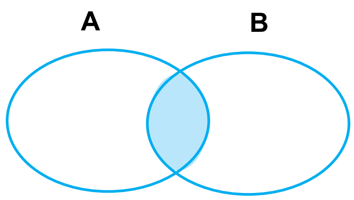
3 e 4 são os elementos que pertencem simultaneamente aos dois conjuntos.

No diagrama,



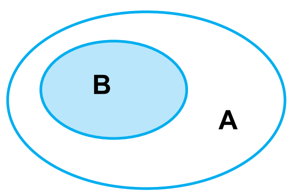
A intersecção está representada na parte interna comum às duas linhas.

Em diagrama:



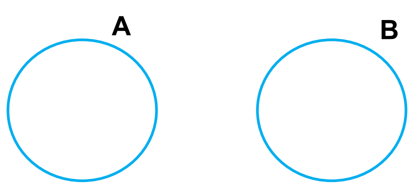
$A \cap B$

Os conjuntos **A** e **B** têm elementos comuns.



$A \cap B$

O conjunto **B** está contido no conjunto **A**.



$A \cap B = \varnothing$

Os conjuntos **A** e **B** não têm elementos comuns.
São chamadas de <u>disjuntos</u>.

EXERCÍCIOS

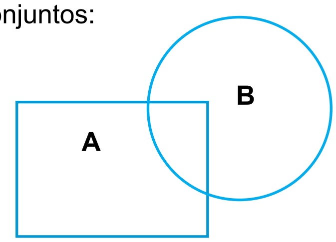
Para fixar o que você (estudou /aprendeu), resolva, em seu caderno os exercícios a seguir:

01. Efetue a reunião dos conjuntos:
    - a) **P** = {2, 3} e **Q** = {3, 5, 6}
    - b) **B** = {1, 9} e **A** = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
    - c) **M** = {a, e, i} e **N** = {2, 7}
    - d) **D** = {6, 8} e **E** = {6, 7, 8}

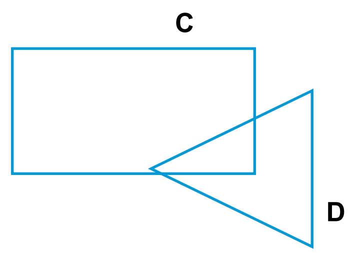
02. Faça a intersecção dos conjuntos dados:
    - a) **A** = {1, 2, 3} e **B** = {4, 3, 2}
    - b) **A** = {1, 2, 3} e **P** = {4, 5}
    - c) **B** = {a, e, i, o, u} e **N** = conjunto das letras do alfabeto

03. Pinte a parte correspondente a intersecção dos conjuntos:

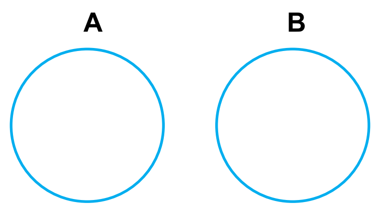
a)



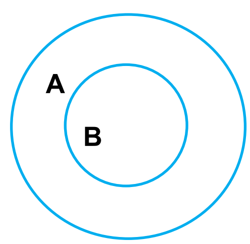
b)



c)



d)



04. Se **A** = {a, b, c} e **B** = {a, d}, calcule:
    - a) $A \cup B$
    - b) $A \cap B$

05. Dados os conjuntos **A** = {1, 2, 4} e **B** = {2, 4} e **C** = {1, 4, 5}, coloque V (verdadeiro) ou F (Falso):
    - a) (   ) $A \subset B$
    - b) (   ) $A \not\subset C$
    - c) (   ) $B \supset C$
    - d) (   ) $A \supset B$
    - e) (   ) $B \not\subset C$

06. Dados os conjuntos **A** = {2, 3, 4}, **B** = {2, 4}, **C** = {0} relacione os elementos com os conjuntos usando os símbolos ∈ e ∉.

a) 2 ________ **A**

b) 3 ________ **B**

c) 4 ________ **B**

d) 0 ________ **C**

e) 1 ________ **C**

f) 2 ________ **B**

07. Observe o diagrama e verifique quais das seguintes sentenças são verdadeiras:

a) 1 ∈ **A** ( )

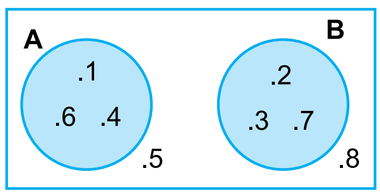
b) 6 ∉ **B** ( )

c) 4 ∈ **B** ( )

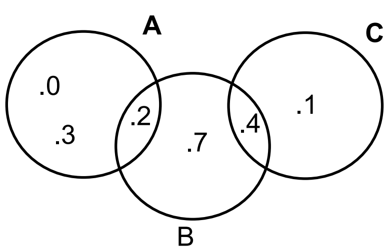
d) 8 ∉ **A** ( )

e) **A** = {1, 6, 4} ( )

f) **B** = {2, 3, 7, 8} ( )



08. Observando o diagrama a seguir, determine os conjuntos:



a) **A** ∪ **B**
b) **A** ∪ **C**
c) **B** ∪ **C**
d) **A** ∪ **B** ∪ **C**
e) **A** ∩ **B**
f) **B** ∩ **C**
g) **A** ∩ **C**

09. Dados os conjuntos **A** = {1, 2, 5, 8} e **B** = {0, 2, 4, 6, 8} responda:

a) Quais os elementos que estão em **A** e não estão em **B**?

b) Quais os elementos que pertencem a **B** mas não pertencem a **A**?

c) Quais os elementos que pertencem aos dois conjuntos ao mesmo tempo?

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

01. Dados os conjunto: A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 4, 5}, C = {0, 2, 4, 6} e D = {1, 3, 5, 7, 9} encontre:

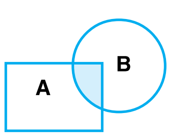
a) A ∪ B
b) B ∪ C
c) C ∪ D
d) A ∩ B
e) B ∩ C
f) C ∩ D

GABARITO - MÓD. I - UE01

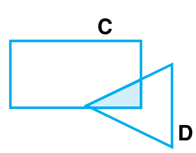
01.
a) P ∪ Q = {2, 3, 5, 6}
b) B ∪ A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9}
c) M ∪ N = {a, e, i, 2, 7}
d) D ∪ E = {6, 7, 8}

02.
a) A ∩ B = {2, 3}
b) A ∩ P = { } ou ∅
c) B ∩ N = {a, e, i, o, u}

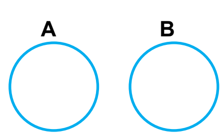
03.
a)



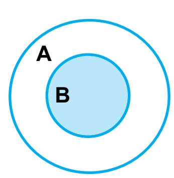
b)



c)



d)



04.
a) A ∪ B = {a, b, c, d}
b) A ∩ B = {a}

05.
a) F
b) V
c) F
d) V
e) V

06.
a) ∈
b) ∉
c) ∈
d) ∈
e) ∉
f) ∈

07.
a) V
b) V
c) F
d) V
e) V
f) F

08.
a) $A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 7\}$
b) $A \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
c) $B \cup C = \{1, 2, 4, 7\}$
d) $A \cup B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 7\}$
e) $A \cap B = \{2\}$
f) $B \cap C = \{4\}$
g) $A \cap C = \varnothing$

09.
a) 1 e 5
b) 0, 4 e 6
c) 2 e 8

Atividade Complementar

01.
a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
b) $B \cup C = \{0, 2, 3, 4, 5, 6\}$
c) $C \cup D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
d) $A \cap B = \{2, 3\}$
e) $B \cap C = \{2, 4\}$
f) $C \cap D = \{ \}$